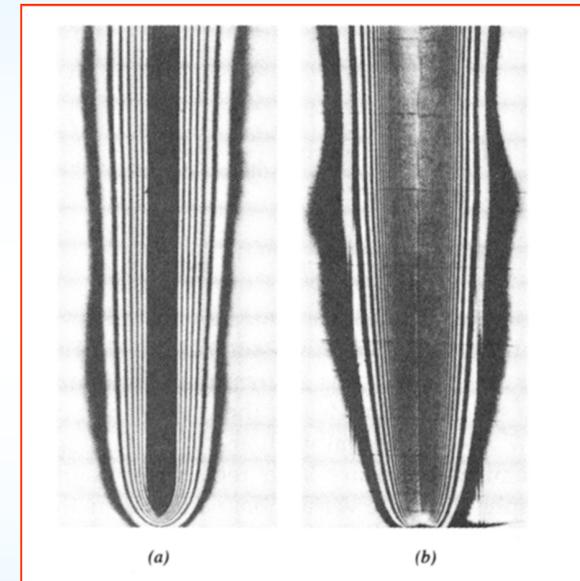
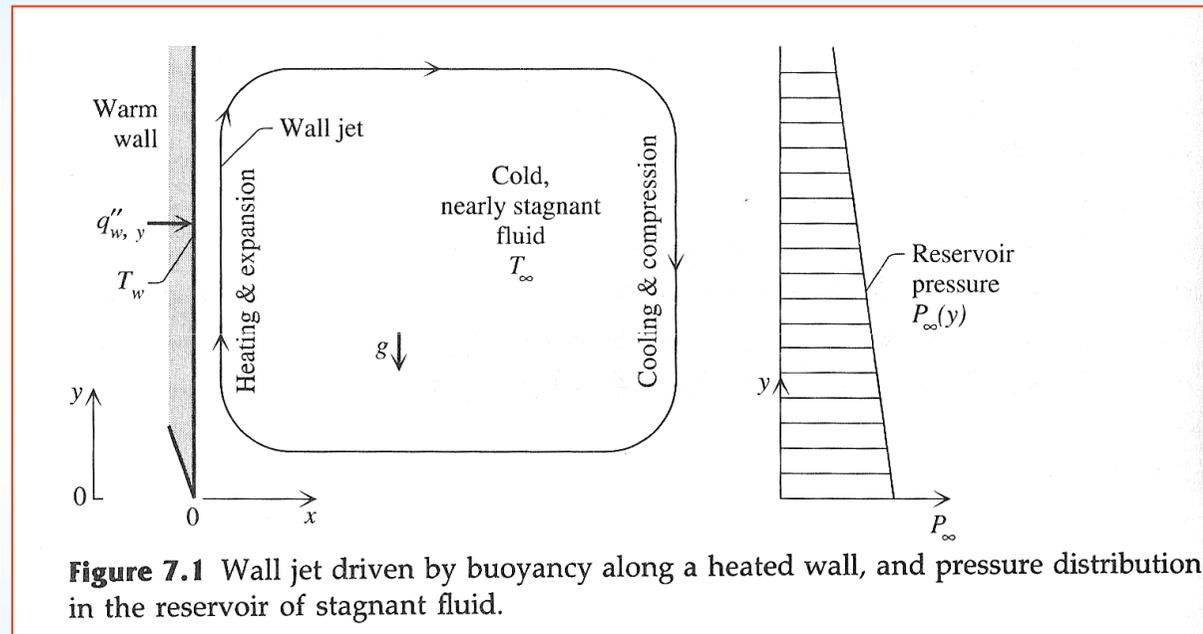


ELEMENTI DI CONVEZIONE NATURALE

INTRODUZIONE

Nella convezione naturale il moto del fluido è indotto dall'azione del campo gravitazionale sulle differenze di peso specifico del fluido, che a loro volta sono originate dalle variazioni di densità dovute alle variazioni di temperatura del fluido.



Si viene a creare così una *macchina termica* che converte il calore scambiato dalle due sorgenti a differenti temperatura (la parete e la massa del fluido) in energia meccanica, che a sua volta viene dissipata a causa delle azioni viscosse nel fluido.

ANALISI DIMENSIONALE

Si ipotizza

$$h_c = f \left[\rho, \mu, \lambda, c_p, D, (\beta g \Delta T) \right]$$

Si ha $K = 7, R = 4 (M, L, T, \Theta) \rightarrow K - R = 3$

Quindi il problema è descritto da tre gruppi adimensionali; si sceglie

$$\pi_1 = \frac{h_c D}{\lambda} = Nu$$

$$\pi_2 = \frac{c_p \mu}{\lambda} = \frac{\nu}{a} = Pr$$

$$\pi_3 = \frac{\beta g \Delta T D^3}{\nu^2} = Gr \quad \text{numero di Grashof}$$

Quindi si ha

$$Nu = \Phi(Gr, Pr) \quad \text{ad esempio} \quad Nu = C Gr^n Pr^m$$

Dove i coefficienti sono ricavati da esperienze o da considerazioni teoriche (v. in seguito).

CONVEZIONE NATURALE SU PARETE VERTICALE

Equazioni dello strato limite laminare

$$\begin{cases} \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} = 0 & \text{continuità} \\ v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} - g & \text{N-S su } x \\ \frac{\partial p}{\partial y} = 0 & \text{N-S su } y \end{cases}$$

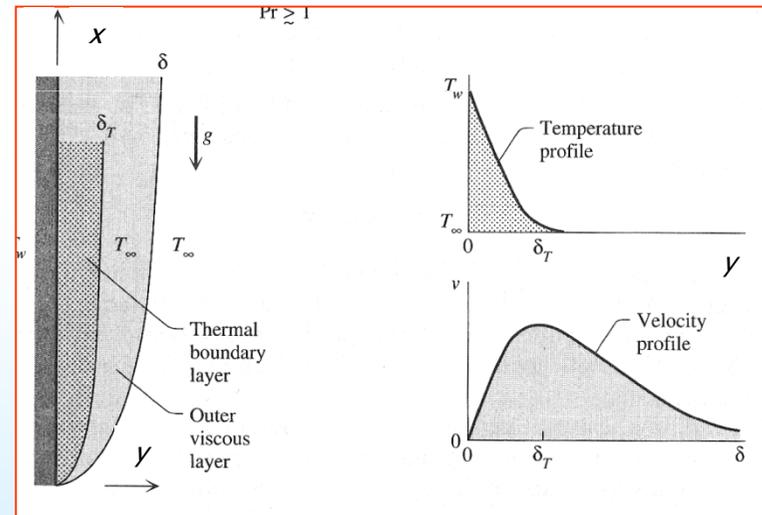
Inoltre, fuori dallo strato limite la pressione è dovuta al battente idrostatico

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\rho_\infty g$$

quindi N-S su x può scriversi anche come

$$\rho \left(v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} \right) = \mu \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} + (\rho_\infty - \rho) g$$

inerzia = diss. viscosa + galleggiamento



CONVEZIONE NATURALE SU PARETE VERTICALE

Si considerano le variazioni di densità dovute alla temperatura

$$\rho \cong \rho_\infty + \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p (T - T_\infty) + \left(\frac{\partial \rho}{\partial p} \right)_T (p - p_\infty) = \rho_\infty + \beta(T - T_\infty) - \kappa(p - p_\infty) \cong \rho_\infty + \beta(T - T_\infty)$$

Per cui N-S su x diviene (*approssimazione di Boussinesq*)

$$\left[1 + \cancel{\beta(T - T_\infty)} \right] \left(v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} \right) = \frac{\mu}{\rho_\infty} \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} + \beta(T - T_\infty) g$$

Notare che *non* si è invece modificata l'equazione di continuità per tener conto della variazione di densità

Passando agli ordini di grandezza

$$\frac{v^2}{x} \sim v \frac{v}{\delta_T^2} + \beta g \Delta T$$

inerzia \sim diss. viscosa + galleggiamento

CONVEZIONE NATURALE SU PARETE VERTICALE

Aggiungiamo il bilancio termico nello strato limite
(solo conduzione trasversale)

$$v_x \frac{\partial T}{\partial x} + v_y \frac{\partial T}{\partial y} = a \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$$

Passando agli ordini di grandezza

$$\frac{v \Delta T}{x} \sim a \frac{\Delta T}{\delta_T^2}$$

convezione \sim conduzione trasversale

Dall'equazione di continuità si ha

$$\frac{v_x}{\delta_T} \sim \frac{v_y}{y}$$

Ed infine si ha

$$h_c = \frac{-\lambda (\partial T / \partial y)_{y=0}}{\Delta T} \sim \frac{\lambda}{\delta_T}$$

CONVEZIONE NATURALE SU PARETE VERTICALE

Quindi, risolvendo le "equazioni" agli ordini di grandezza di bilancio di massa, quantità di moto ed energia, per ricavare h_c come dato dall'ultima relazione, e tenendo conto che nell'equazione di momento il termine di galleggiamento deve essere per forza significativo (sennò non si ha convezione!) risulta infine:

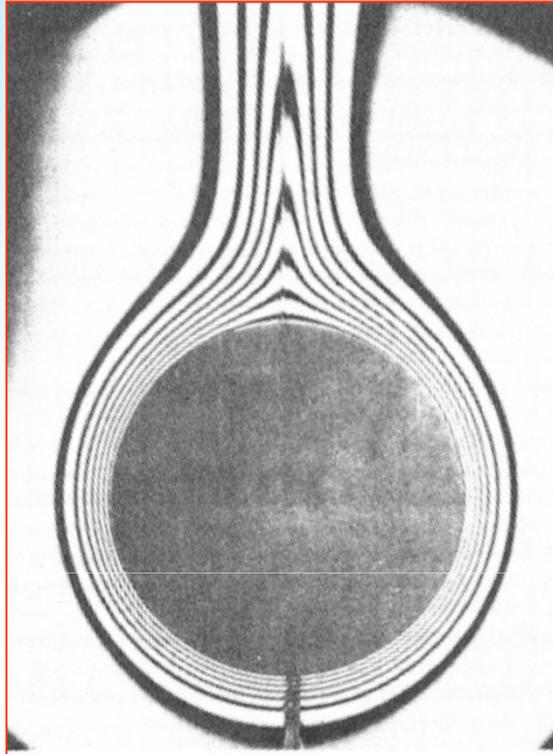
- se nell' eq. di momento prevale il termine di diss. viscosa sul galleggiamento

$$\frac{h_c x}{\lambda} = Nu_x = C Ra_x^{0.25} \quad Ra_x = \frac{\beta g \Delta T x^3}{a \nu} \quad \text{n. di Rayleigh}$$

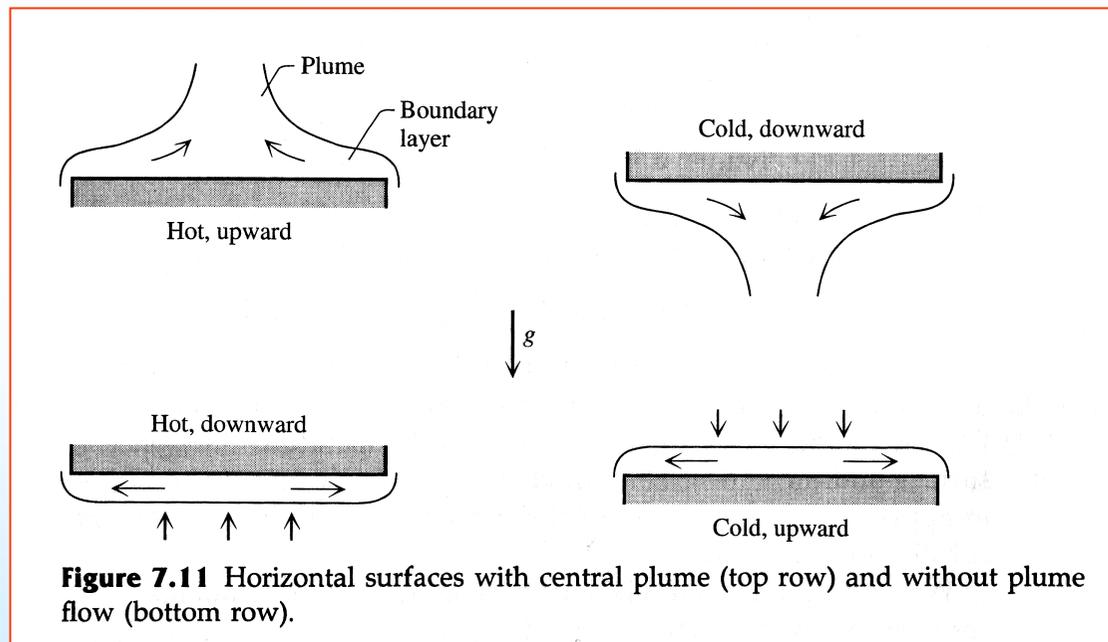
viceversa, se nell' eq. di momento prevale il termine di galleggiamento

$$Nu_x = C (Ra_x Pr)^{0.25} = C Gr_x^{0.25} Pr^{0.5} \quad Gr_x = \frac{\beta g \Delta T x^3}{\nu^2} = \frac{Ra_x}{Pr} \quad \text{n. di Grashof}$$

ALCUNE CONFIGURAZIONI TIPICHE (MOTO ESTERNO)

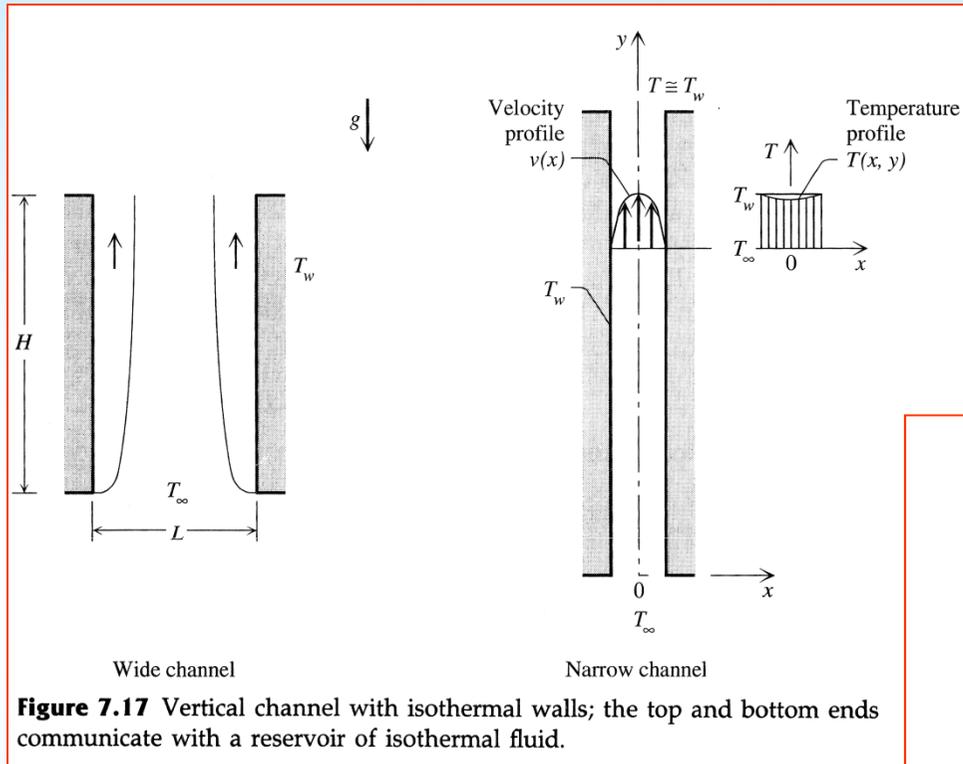


Cilindro orizzontale



Piastre riscaldate

ALCUNE CONFIGURAZIONI TIPICHE (MOTO INTERNO)



< Canali stretti o larghi

Spazi confinati >

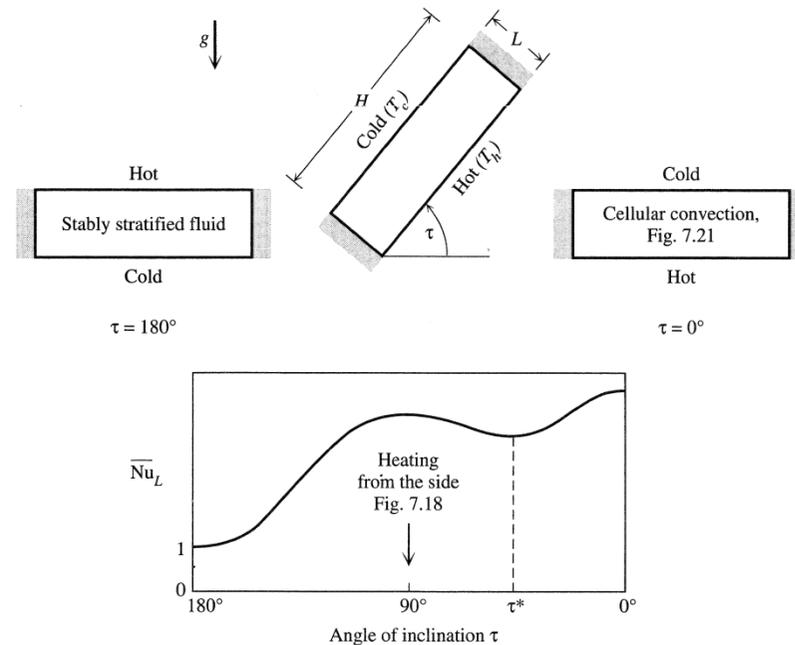


Figure 7.23 The effect of tilt angle on the heat transfer rate and flow pattern in an enclosure with a temperature difference imposed between two opposing walls.

MOTO INTERNO TRA DUE LASTRE

Soppressione della convezione

$Nu_H = 1$ indica che lo scambio termico è puramente conduttivo

Per lastre orizzontali, riscaldate dal di sotto, la convezione si instaura per $Ra_H > 1708$.

Per lastre inclinate o verticali la situazione è più complessa

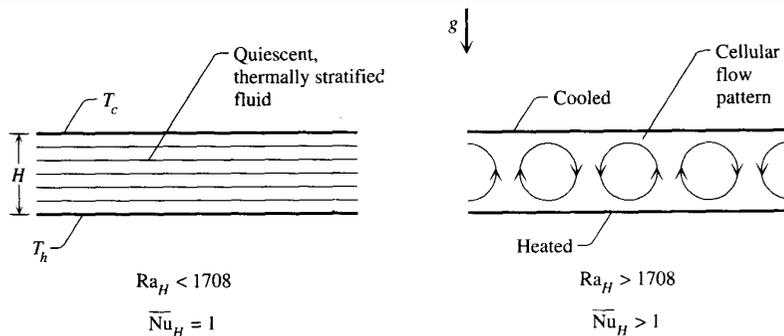


Figure 7.21 Horizontal fluid layer held between two parallel walls and heated from below.

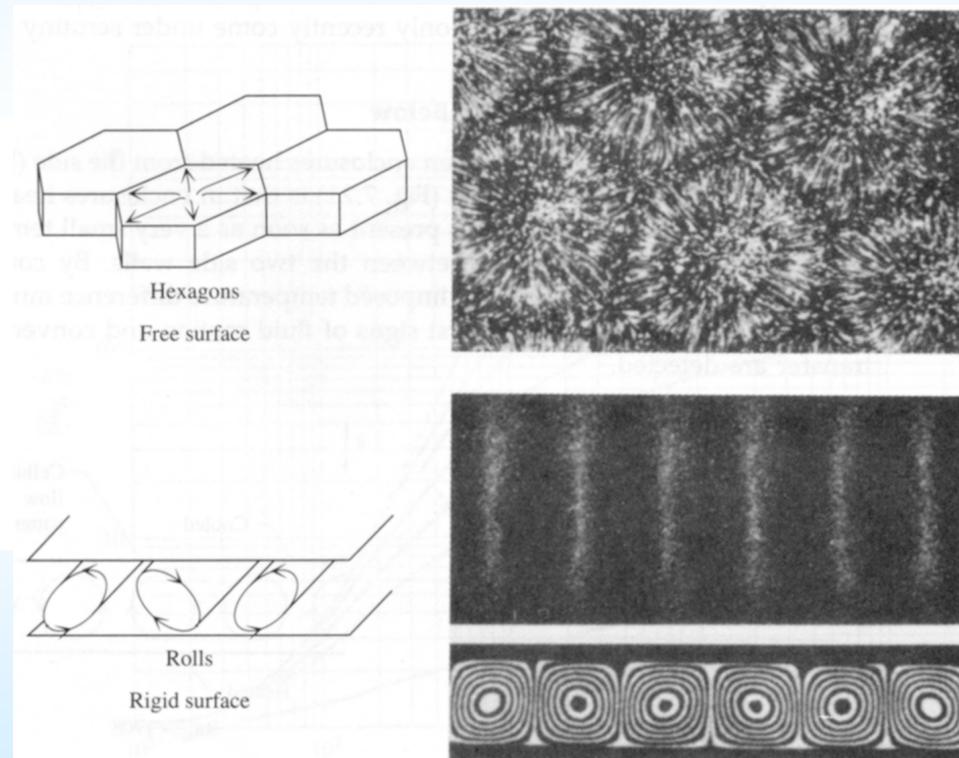


Figure 7.22 Two-dimensional rolls and three-dimensional hexagonal cells in a fluid layer heated from below. (Oertel [52], with permission from G. Braun, Karlsruhe.)

ALCUNE CORRELAZIONI

TABLE 7.2 Summary of Natural Convection Correlations for External Flows over Isothermal Surfaces

Geometry	Recommended Correlation	Range	Reference
Vertical flat surfaces	$\overline{Nu} = \left\{ 0.825 + \frac{0.387Ra^{1/6}}{[1 + (0.492/Pr)^{9/16}]^{8/27}} \right\}^2$	$10^{-1} < Ra < 10^{12}$	Churchill and Chu (1975a)
Inclined flat surfaces	Above equation with g replaced by $g \cos \gamma$	$\gamma \leq 60^\circ$	
Horizontal flat surfaces	$\overline{Nu} = 0.54Ra^{1/4}$	$10^5 \leq Ra \leq 10^7$	
Heated, facing upward	$\overline{Nu} = 0.15Ra^{1/3}$	$10^7 \leq Ra \leq 10^{10}$	McAdams (1954)
Heated, facing downward	$\overline{Nu} = 0.27Ra^{1/4}$	$3 \times 10^5 \leq Ra \leq 3 \times 10^{10}$	McAdams (1954)
Horizontal cylinders	$\overline{Nu} = \left(0.60 + 0.387 \left\{ \frac{Ra}{[1 + (0.559/Pr)^{9/16}]^{16/9}} \right\}^{1/6} \right)^2$	$10^{-5} \leq Ra \leq 10^{12}$	Churchill and Chu (1975b)
Spheres	$\overline{Nu} = 2 + 0.43Ra^{1/4}$	$Pr = 1$ and $1 < Ra < 10^5$	Yuge (1960)

Vedi il testo di Bejan, Heat Transfer, cap.7 per un'analisi approfondita.